Schriftliche Abschlussprüfung 2000 **-Fachoberschule-**
Fach: M a t h e m a t i k http://www.kay79.de
-Technik-

Pflichtaufgaben:

25BE 1. Die Gleichung $y = f(x) = \dfrac{2x^2 + a}{x}$; $x \neq 0$ beschreibt eine Schar von Funktionen f_a. Ihre Graphen werden mit K_a bezeichnet.

(06) 1.1 Untersuchen Sie f_a für $a > 0$,
$a = 0$
und für $a < 0$
auf Nullstellen. Begründen Sie Ihre Entscheidung!

(02) 1.2 Weisen Sie durch Rechnung nach, dass $y_A = 2x$ die Asymptotengleichung für alle Graphen von f_a ist!

(05) 1.3 Es sei nun $a > 0$ vorausgesetzt.
Berechnen Sie die lokalen Extremstellen unter dieser Voraussetzung und weisen Sie deren Art nach!

(06) 1.4 Setzen Sie nun $a = 4$!
Schreiben Sie jetzt die entsprechende Funktionsgleichung für f_4 auf und ermitteln Sie unter Nutzung der vorliegenden Ergebnisse die Koordinaten der Extrempunkte von f_4! Ermitteln Sie ggf. noch weitere Punkte!
Zeichnen Sie in ein gemeinsames Koordinatensystem die Asymptote ein und den Graph der Funktion f_4, außerdem die Parallele zur x – Achse $y = 9$.

(02) 1.5 Die Parallele zur x – Achse $y = 9$ schneidet den Graph von f_4 im 1.Quadranten in zwei Punkten. Berechnen Sie die Schnittpunktkoordinaten!

(04) 1.6 Der Graph K_4 und die Gerade $y = 9$ begrenzen im 1.Quadranten eine endliche Fläche. Berechnen Sie deren Inhalt!

10BE 2 Kraft $\vec{F}$ und Hebelarm $\vec{r}$ sind durch die Vektoren $\vec{F} = (100; 150; 200)$N und $\vec{r} = (0{,}3; 0{,}1; 0{,}2)$m gegeben.
(Hinweis: Der physikalische Charakter der gegebenen Vektoren ist für die Lösung der Aufgabe ohne Belang!)

Berechnen Sie:

(02) 2.1 den Winkel α zwischen $\vec{r}$ und $\vec{F}$,

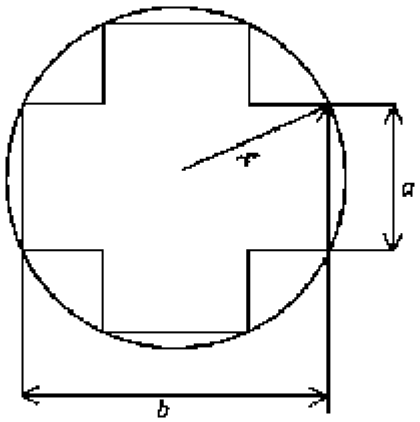
(05) 2.2 den Anteil $|\vec{F}_\perp|$ der Kraft $|\vec{F}|$, der rechtwinklig zum Hebelarm $\vec{r}$ wirkt und den Vektor $|\vec{F}_\perp|$ in Koordinatenform,

(03) 2.3 das Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ sowie dessen Betrag!

Schriftliche Abschlussprüfung 2000 **-Fachoberschule-**
Fach: M a t h e m a t i k http://www.kay79.de
-Technik-

Wahlaufgaben:

15BE 3 Einen Kreis mit dem Radius $r = 4cm$ soll ein kreuzförmiger Querschnitt Q gleicher „Balkenbreite“ einbeschrieben werden (vgl. Skizze). Es ist $a < b$ gegeben.



(02) 3.1 Stellen Sie den Flächeninhalt des Querschnittes Q in Abhängigkeit von a und b dar!

(03) 3.2 Suchen Sie eine Beziehung zwischen a, b und r und stellen Sie diese nach b um!

(03) 3.3 Der Querschnitt Q ist nun als $Q = f(a)$ anzugeben!

(07) 3.4 Wie müssen a und b gewählt werden, damit der Flächeninhalt von Q maximal wird? Auf den Nachweis des Extremums wird verzichtet!

15BE 4 Gegeben sind die Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix},\ D = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie aus der folgenden Matrizengleichung die Matrix X!

$$3AX\text{-}2B=2CX+4D$$

Lösungshinweise:

1.1 a > 0 : keine Nullstellen, weil Radikant negativ;
a = 0 : folgt x = 0, aber x = 0 nicht in DB;
a < 0 : zwei Nullstellen, weil Radikant positiv.

1.2 $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2x^2+a}{x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(2x+\frac{a}{x}\right) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} 2x$

1.3 $x_{E1} = \sqrt{\frac{a}{2}}$ Minimumstelle $x_{E2} = -\sqrt{\frac{a}{2}}$ Maximumstelle

1.5 $S_1(0{,}5; 9)$ $S_2(4; 9)$

1.6 A = 7.43 FE

2.1 a ≈ 32,5°

2.2 $|\vec{F}_\perp| = \begin{pmatrix} -82{,}2 \\ 89{,}3 \\ 78{,}7 \end{pmatrix}$

2.3 $M = 65{,}4\ Nm$

3.1 $Q = 2ab - a^2$

3.2 $b = \sqrt{64 - a^2}$

3.3 $Q = f(a) = 2a\sqrt{64-a^2} - a^2 = 2\sqrt{64a^2 - a^4} - a^2$

3.4 a = 4,2 cm b = 6,8 cm

4 $X = \begin{pmatrix} 84 & -114 \\ -62 & 82 \end{pmatrix}$